

4次元が見えたら

根上生也

「ミッション・イン・4D」

数年前、修士課程の学生と「正多胞体」について研究したことがあった。それは、いわゆる正多面体に相当する4次元図形である。

正多面体には、正四面体、立方体、正八面体、正十二面体、正二十面体の5種類があるが、正多胞体は、4次元空間の中で正多面体の面を貼り合わせて構成される。多くの細胞が集まっているような印象があるので、それを「多胞体」と呼ぶわけだ。さらに対称性が仮定されて、「正」が付く。

そういう正多胞体には、表1に示した6種類がある。たとえば、正六百胞体だと、正四面体が600個もくっついて出来上がっている。

	頂点数	辺数	面数	胞数
正五胞体	5	10	10	5
正八胞体	16	32	24	8
正十六胞体	8	24	32	16
正二十四胞体	24	96	96	24
正百二十胞体	600	1200	720	120
正六百胞体	120	720	1200	600

表1: 正多胞体

といわれたところで、簡単にはイメージがつかめないだろう。そこで、コンピュータに長けた学生に頼んで、正多胞体を表示するプログラムを作ってもらった。それが「Virtual Polytope」である。もちろん、パソコンの画面は4次元どころか2次元的な図形しか表示できないから、正多胞体をそのままの形で見せてくれるわけではない。あくまで、座標を2つ無視した平面描画が表示されるだけである。

しかし、正多胞体を4次元空間の中で回転させながら、連続的に平面描画を表示させていくと、不思議な光景を目にすることができる。ある角度で回転

させると、当初、無数にあった線分が、しだいに重なり合って、さっぱりとした姿になったかと思うと、以前とは違う方向に複雑さが成長していく。そういう映像を毎日見て訓練すれば、いずれは4次元空間が見えるようになるのかもしれない...

いずれにせよ、その不思議さを体感することは、誰でもおもしろいと思うはずだ。そこで、この「Virtual Polytope」を発展させて、ゲームに仕立てようと考えた。偶然にも、その頃、コンピュータ・グラフィックスの専門家の風見さんと知り合う機会があり、4次元的な体験のできるゲームが作れないものかと、いきつけの居酒屋で話したことがあった。

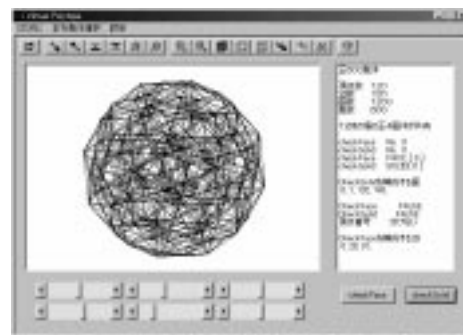


図1: 「Virtual Polytope」で描いた正六百胞体

その後、しばらく間があったが、風見さんを大学に招いて、私の研究室の学生たちに3Dグラフィックス・ツールの使い方を仕込んでもらい、私の数学的な知識とリンクさせて、ワークステーション上で動くゲームを完成させた。その名は「ミッション・イン・4D」。要するに、正多胞体的な構造をした建造物の中で、さまざまなミッションを遂行していくというものだ。

風見さんは、せっかく作ったのだからと、それを市販しようと言い出し、あるゲームソフトの会社と話

をつけてきた。その後は、もはや私たちの手を離れ、「ミッション・イン・4D」は世間に広まっていった...

人間の能力

最近のテレビ・ゲームには、立体図形の回転をモチーフにしたパズル的なものがいろいろとある。私もそういうゲームが好きだが、なかなか高得点にならない。理屈ではわかっている、迫り来る立体図形のスピードに対応できないからだ。一方、決して理屈で理解しているとは思えないのに、驚くべき高得点を達成してしまう人たちもいる。頭で考えているというよりも、体が勝手にゲームに反応しているように見える。

そういう姿を見ていると、人間の脳味噌は、数学的に理屈でものを考えることよりも、理屈抜きで、状況に対応するシステムを作ることに長けているのではと思えてくる。つまり、自分が置かれている環境に依存して、いろいろな能力が開花する。もちろん、常識的な生活だけを続けていると、常識的な能力しか開花しない。逆に、コンピュータ・ゲームが提供するようなバーチャルな環境下に置かれた人間には、常識を超えた能力が開花してしまう可能性がある。

そうだとすると「ミッション・イン・4D」は、ゲーム者たちからどんな能力を引き出してしまうのだろうか。それは言うまでもない。4次元空間を見る能力である。つまり、コントロール・パッドを握り締め、テレビ画面を凝視する彼らの目の前には、4次元空間が展開するのだ。たとえば、4次元空間が見えない者にとって、ゲームの初期画面に現れる4次元サイコロは、理解不可能な規則で形が変わる不思議な図形でしかないだろう。しかし、ゲームの達人たちには、4次元空間の中で回転する対称的な正八胞体が見えれているにちがいない。

単にゲームの世界に閉じこもっているのなら、彼らが見ている4次元空間はテレビの画面の中だけに納まっている。しかし、彼らが備えた能力は4次元空間を見る能力である。となれば、ゲームの画面でなくても、そこに4次元図形があれば、それを認知することになるのではないかと。もし、私たちが住んでいるこの空間が4次元空間の一部として存在しているのだとすると、彼らには、それがどのように

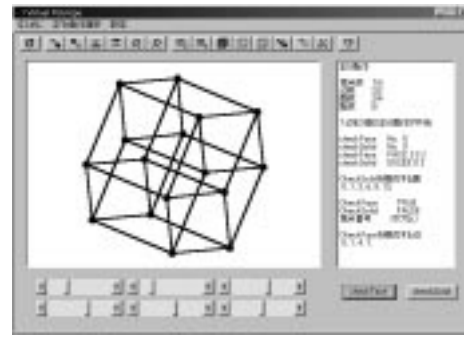


図 2: 「Virtual Polytope」で描いた正八胞体

見えているのだろうか？ もし、そうだとすると...

テレビの向こう側

コントロール・パッドの手を止め、ふとテレビの裏側が気になった。そこには、テレビ画面の奥行きとは別の奥行きが存在していた。それに気づいて、辺りを見回すと、自分の部屋の至るところに、今まで意識していなかった奥行きが存在する。

ゲームばかりしていたおかげで、脇腹辺りがだぶついている。その重たい体を持ち上げて、テレビの裏側に手を持っていく。その新たな奥行きの方向に手を伸ばそうとするのだが、なかなかうまくいかない。コントロール・パッドでなら、簡単に進んでいける方向なのに、現実の世界では、思うように体がコントロールできない。オタクなゲーム者には、現実から乖離して、ゲームに没頭していた自分を責めるよりも、思うようにならない現実を憂うのだった。

しかし、テレビの画面を離れても、そこで見ているのと同じ空間が発見できたのはうれしい。細胞核のように並ぶ目を携えた4次元サイコロは、この空間で回転していたわけか。通常の奥行きと新たに発見した奥行き。この2つの方向が決定する平面中で、円の描くように、4次元サイコロは回転している...

その仕組みがわかると、いろいろなところにその回転を重ねて見ることができる。たとえば、壁に目をやると、その面と直交する2つの方向が見える。もちろん、その1つの方向は、壁の手前に伸びる方向である。もう一方は、今まで意識していなかった方向、壁からこの部屋を飛び出しいく方向である。そ

の2つの方向が決定する平面の中で回る角度を想像すると、壁際で縄跳びができることに気がついた。

よーし。この際、ちょっと運動をしてみるか。いろいろなフィギュアを入れておいたダンボール箱から、縄跳びの縄を取り出し、壁際に立つ。初めは、縄を二つに折って片手に持ち、4次元空間の中で回してみる。よしよし。今度は普通に縄跳びをしてみよう。

もちろん、4次元空間を利用しなければ、縄は壁にぶつかってしまうが、壁と直交する2次元分の空間を利用して、縄を回転させることができる。そして、ぴよん、ぴよん、ぴよん、ぴよん。しかし、だぶついた体をうまく制御できず、すぐにつっかえてしまう。縄は壁をすり抜けて回転するのに、自分の足には絡まってしまう。またしても、現実が邪魔をする。

ふー。疲れた。短時間の運動だったが、かなり汗をかいてしまった。ごろんと床に横になり、部屋を見回す。この部屋自体は4畳半でしかないが、それを取り巻く4次元空間を意識すると、自分がかかなり広い空間の中にいることがわかる。とはいえ、その空間の中で、重たい体を動かすのは一苦労だ。それならば、自分が動くことは考えずに、その空間を収納スペースとして活用することにしよう。

とはいえ、何も無い空間に物を置くことは不可能である。そこで、スチールの本棚をその空間に設置することにした。その本棚を縄跳びの縄と同じ容量で回転させて、第4の方向に立てた。すると、本棚の足元には本棚の影があるだけで、本棚自体はこの部屋から姿を消した。もちろん、4次元空間が見えていれば、その本棚の存在は明らかだが、普通の人にはその姿は見えないだろう。つまり、その本棚に物を並べておけば、部屋がかたずいているように見えるわけだ。

しかし、待てよ。本棚を4次元空間に押しやったことで、その本棚はこの部屋から姿を消してしまった。ということは、その場所に、別の本棚を置くことができることになる。なるほど、なるほど。それならば、その本棚も4次元空間に押しやれば、また別の本棚をそこに置くことができる。これを繰り返していけば、何個でも本棚が置けることになるぞ...

うーむ。そもそもどうせ普通の人には見えないの

だから、本棚に物をきちんと並べて置くこともないな。4次元空間をゴミ箱の代わりに使えば、粗大ゴミの問題も解消だ！

4次元マンション

せっかく4次元空間が見えるようになって、ゲーム・オタクの発想はこんなところだろう。たとえば、4次元空間なら、複素平面から複素平面への関数のグラフが描けるとか、射影平面やクラインの壺が自己交差なしに表現できるとか、数学的な事柄にまで思いが至るわけがない。とはいえ、数学の世界だけで発想しているのだから、一種のオタクではないかと批判されそうなので、もう少し思い切ったことを考えてみよう。

たとえば、ゲーム・オタクが本棚を4次元空間の中に押しやったことを真似して、彼が住んでいるマンション自体を4次元空間に持ち込んでみてはどうだろうか。しかし、すでに完成しているマンションを回転させて4次元空間に移動させるのは大事である。だから、そんなことをせずに、初めから4次元空間にマンションを建設しよう。

はたして、そういう「4次元マンション」はどういう構造になっているのだろうか？ もちろん、4次元空間が見えない普通の人たちもそのマンションを利用するので、居住空間は普通のマンションと同じであってほしい...

さて、あなたは新築の「4次元マンション」の新聞広告を手にし、その前までやってきた。見たところ、10階もないような気がするのに、看板に「モデルルームは34階」とあるのが解せない。いずれにせよ、その指示に従って、エレベータに乗り込む。そして「34階」のボタンを押そうと、操作パネルを見て、びっくり。なんと、そこには、11階以上のボタンしかなく、しかも、それが8×8の格子状に並んでいる！

実は「34階」と思っていたのは、あなたの勝手な勘違いだった。それは、(3, 4)という2次元座標を持つ階だったのだ。

「4次元マンション」といっても、どのフロアーにも、平面的に部屋が配置されている。つまり、4次元のうちの2次元分を使って、1つのフロアーが構

成されているのである。となれば、まだ2つ方向が残っている。その1つの方向は普通の意味での「上下」の方向である。つまり「高さ」の方向である。さらにもう1つ、それとは独立な方向があるわけだが、ここでは、それを「4次元方向」と呼んでおこう。

要するに、この「4次元マンション」では、通常の高さの方向に加えて、4次元方向にもフロアが重なっているのである。そして、あなたが乗り込んだエレベータはそのフロアの間を自由に行き来できるように、高さの方向にも、4次元方向にも移動するのである。したがって、目的のフロアに行くためには、高さの方向に何個、4次元方向に何個移動するかを指定する必要がある。

たとえば、目的のモデルルームは、玄関のあるフロア(= (1,1)階)から上に2つ、4次元方向に3つ移動したところにある。それが(3,4)階なのである。そして、このマンションには、通常のマンションの $8 \times 8 = 64$ 階分のフロアがある。

モデルルーム

チン。いったいどういう仕組みでこのエレベータが動いているのかを想像しているうちに、エレベータは(3,4)階に着いてしまった。そして、ドアが開く。見たところ、特に変わったところはないようだ。モデルルームの中に入ってみても、やはり普通のマンションと変わりがない。

「どうも、どうも。よくいらっしやいました」

モデルルームの係員は、とりあえず、間取りやキッチン、トイレ、お風呂の設備や収納スペースなどについて説明してくれた。さらに、このマンションの防犯システムについて話し出した。

「近頃は、4次元空間を利用した空き巣がいるらしく、物騒な世の中になってきましたね。普通のマンションだと、鍵を掛けておいても、空き巣に入られてしまいますから。その点、当社のマンションは4次元建築になっていますので、そんな空き巣に入られる心配はございません。そこをご理解いただければ、このお値段も納得していただけたらと思います」

4次元空間を利用した空き巣？平面上をはい回る「虫」ならば、閉曲線を描いて、閉じ込められる。しかし、高さの方向を知っている私たちは、その「虫」

をつまみ上げて、閉曲線の外に出してやることができる。それと同じように、4次元空間では、箱の中に密閉された「虫」を4次元方向につま上げることで、箱の蓋を開けることなしに「虫」を外に出してあげられる。この原理を利用して、空き巣を働かす連中がいるというのだろう。

「それはそうと、お客様。このマンションは、窓からの眺めがすばらしいですよ」

その言葉に乗せられて、あなたはマンションの窓を開けて、ベランダに出た。そこは4次元空間の中の(3,4)階。さぞかし、よい眺めだったでしょうね...

その眺めがあまりにもよかったので、あなたは35年間のローン返済を覚悟して、この「4次元マンション」の(2,2)階の2202号室を購入することにした。

しかし、いざ引っ越して、生活を始めてみると、意外なことに気づいた。それは、いわゆる「騒音問題」である。もちろん、しっかりとした建築なので、気になるほどの騒音ではないのだが...

普通、マンションの騒音といえば、「上の住人」がたてる音が一番気になる。つまり、天井から聞こえてくる音が気になるのだが、この「4次元マンション」では、「上」からの騒音の他に、「4次元方向」からの騒音も存在するのである。

では、その騒音はどこから聞こえてくるのか？それは天井、壁、床のどれかからではなく、そのすべてから聞こえてくる。なぜなら「4次元方向の住人」の部屋は、4次元方向から、あなたの部屋全体に接しているからだ。やはりモデルルームを見ただけで、マンションの購入を決意してはいけない。とんだ物件をつかまされたと悔やんでも、もう遅い...

いずれにせよ、4次元マンションからの眺望が、このマンション購入の決め手だったのだから、それを満喫できるように「ミッション・イン・4D」をやってみよう。そして、4次元空間を見る能力を鍛え上げ方がいまいだろう。そして、4次元空間が理解できずに「4次元マンション」の購入を躊躇している人たちに、そのすべらしい眺望を自慢してやろう。4次元空間が見える者の優越感に浸りながら。

(ねがみせいや / 横浜国立大学教育人間科学部)